Corsi di Laurea in **Ingegneria Informatica** (Canale P-Z) e **Informatica** (Canale F-N)

Prova di **Algebra Lineare e Geometria**

27/01/2025

Durata: 90 minuti. Giustificare sinteticamente ogni affermazione. E' vietato l'uso di libri e appunti. E' vietato uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente la prova

NOME E COGNOME:

FIRMA:

1. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo la cui matrice associata rispetto alla base canonica è

$$M := \begin{pmatrix} 2 & 0 & h \\ 1 & -1 & 1 \\ h & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) (10 punti) Trovare una base per i sottospazi $Ker(f)$, $Im(f)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$. Mostrare inoltre che $\mathbb{R}^3 = Ker(f) \oplus Im(f)$, per ogni $h \in \mathbb{R}$.

   (b) (10 punti) Studiare la diagonalizzabilità di M al variare di $h \in \mathbb{R}$. Verificare inoltre che M è diagonalizzabile per il valore $h = 2$, e, in corrispondenza di tale valore di h, determinare una matrice invertibile P e una matrice diagonale D tali che $P^{-1} \cdot M \cdot P = D$.

E' fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u$ nello spazio

2. Sia data la retta r d'equazioni cartesiane:

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

   (a) (5 punti) Trovare l'equazione del piano α che contiene r ed è parallelo all'asse $\vec{z}$.

   (b) (5 punti) Trovare le equazioni della retta passante per l'origine che è incidente e ortogonale a r. Calcolare inoltre la distanza di r dall'origine.